

## Статистическая обработка результатов лабораторных работ

1. Проведите измерение физической величины и данные занесите в таблицу.

Допустим, что определялась масса на аналитических весах:

$$x_1 = 5,6486 \text{ г}, \quad x_2 = 5,6483 \text{ г}, \quad x_3 = 5,6488 \text{ г},$$

$$x_4 = 5,6487 \text{ г}, \quad x_5 = 5,6480 \text{ г}.$$

2. Найдите среднее значение физической величины из  $n$  измерений:

$$x_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

$$x_{cp} = \frac{5,6486 + 5,6483 + 5,6488 + 5,6487 + 5,6480}{5} = 5,6485 \text{ г}.$$

3. Найдите абсолютные погрешности единичных измерений:

$$\Delta x_i = |x_i - x_{cp}|.$$

$$\Delta x_1 = |5,6486 - 5,6485| = 0,0001; \quad \Delta x_2 = |5,6483 - 5,6485| = 0,0002;$$

$$\Delta x_3 = |5,6488 - 5,6485| = 0,0003; \quad \Delta x_4 = |5,6487 - 5,6485| = 0,0002;$$

$$\Delta x_5 = |5,6480 - 5,6485| = 0,0005;$$

4. Определите среднеквадратичную погрешность среднего арифметического:

$$S_{cp} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

$$S_{cp} = \sqrt{\frac{0,0001^2 + 0,0002^2 + 0,0003^2 + 0,0002^2 + 0,0005^2}{5 \cdot (5-1)}} = 0,00014 \text{ г}.$$

5. Задайте требуемую доверительную вероятность. Обычно достаточно задать  $P = 0,9$ . В редких случаях, когда требуется высокая надежность, задают  $P = 0,99$ .

6. Определите по заданной вероятности  $P$  и числу проведенных измерений  $n$  коэффициент Стьюдента (Приложение 3):

$$P = 0,9 \quad n = 5, \quad k = n - 1 = 4, \quad t(P, n) = 2,13.$$

7. Найдите доверительный интервал для случайных ошибок измерений:

$$\Delta x = t(P, n) \cdot S_{cp}.$$

$$\Delta x = 2,13 \cdot 0,00014 = 0,00030 \text{ г}.$$

8. Оцените погрешности других ошибок (ошибка прибора, ошибка округления и т.д.) и суммарную ошибку при определении физической величины:

$$\Delta x_{общ} = \sqrt{\Delta x^2 + \delta^2 + \beta^2 + \dots}$$

- В нашем случае ошибка прибора ( $\delta = 0,0001 \text{ г}$ ) и ошибка округления ( $\beta = 0,00001$  на порядок меньше случайной ошибки):

$$\Delta x_{\text{общ}} = \sqrt{0,00030^2 + 0,0001^2 + 0,00001^2} = 0,00033 \text{ з.}$$

9. Найдите относительную погрешность

$$\varepsilon = \frac{\Delta x_{\text{общ}}}{x_{\text{ср}}} \cdot 100 \%$$

$$\varepsilon = \frac{0,00033}{5,6485} \cdot 100 \% = 0,05 \%$$

и запишите окончательный результат в виде:

$$x = x_{\text{ср}} \pm \Delta x = (5,6485 \pm 0,0003) \text{ з}; \quad P = 0,9.$$

Коэффициенты Стьюдента  $t(P,n)$ 

$k$	$P$							
	<b>0,5</b>	<b>0,6</b>	<b>0,7</b>	<b>0,8</b>	<b>0,9</b>	<b>0,95</b>	<b>0,98</b>	<b>0,99</b>
1	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66
2	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,718	0,906	1,134	1,144	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	0,700	0,879	1,093	0,372	1,812	2,228	2,764	3,169
15	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
20	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
30	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,257	2,750
$\infty$	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576

## Площади стран Европы и Африки

## Европа

№	Страна	Площадь, тыс. км <sup>2</sup>	Примечание
1	Албания	28,7	
2	Болгария	110,9	
3	Германия	356,3	
4	Польша	312,7	
5	Венгрия	93,0	
6	Румыния	237,5	
7	Франция	544,0	
8	Испания	503,7	Балеарские о-ва, Канарские о-ва
9	Португалия	92,0	Азорские о-ва, Мадейра
10	Италия	301,0	
11	Финляндия	337,0	
12	Швеция	450,0	
13	Норвегия	324,0	
14	о. Сицилия	25,7	
15	о. Корсика	8,7	
16	о. Сардиния	24,0	
17	Чехия	78,9	в западной части Чехословакии
18	Словакия	49,0	в восточной части Чехословакии
19	Канарские о-ва	7,3	
20	Балеарские о-ва	5,0	
21	Азорские о-ва	2,3	
22	о. Мадейра	0,797	

## Африка

№	Страна	Площадь, тыс. км <sup>2</sup>	Примечание
1	Алжир	2381,7	
2	Ангола	1247	
3	Берег слоновой кости	322,5	
4	Ботсвана	600,4	
5	Буркина Фасо	274,2	
6	Габон	267,6	
7	Гана	238,5	

8	Гвинея	246,0	
9	Египет	1002	
10	Заир (Демократическая Республика Конго)	2345	
11	Замбия	752,6	
12	Западная Сахара	266,0	
13	Зимбабве	390,6	
14	Камерун	475,4	
15	Кения	582,6	
16	Конго (Народная Республика Конго)	342	
17	Либерия	111,4	
18	Ливия	1760	
19	Мавритания	1030,7	
20	Мадагаскар	590	
21	Малави	119,3	
22	Мали	1204	
23	Марокко	446,5	
24	Мозамбик	783	
25	Намибия	824,3	
26	Нигер	1267	
27	Нигерия	923,8	
28	Сенегал	196,2	
29	Сомали	637,2	
30	Судан	2500	
31	Сьерра Леоне	72,3	
32	Танзания	945,1	
33	Тунис	164	
34	Уганда	236,8	
35	Центральная Африканская Республика	623	
36	Чад	1284	
37	Эфиопия	1221,9	
38	ЮАР	1221	

### Метод наименьших квадратов

Для аппроксимации экспериментальных данных используют метод наименьших квадратов, который требует минимума суммы квадратов отклонений табличных точек от заданной функциональной зависимости. Например, в случае линейной зависимости  $y = ax + b$  неизвестные коэффициенты  $a$  и  $b$  определяются условиями минимума функции

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2,$$

(где  $x_i$  и  $y_i$  – координаты экспериментальных точек,  $n$  – их количество):

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial b} = 0 \end{cases}$$

В результате решения этой системы уравнений получим:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2},$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2},$$

где  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ ,  $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$  – средние значения  $x$  и  $y$ .

В общей теории аппроксимации табличных функций показывается, что данное приближение является наилучшим.