

Лабораторная работа №11

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ ПРИ ПОМОЩИ УНИВЕРСАЛЬНОЙ МАШИНЫ АТВУДА

Цель работы: определение ускорения свободного падения при помощи универсальной машины Атвуда; проверка зависимости величины ускорения от массы тела.

Оборудование: установка Атвуда, грузы, разновески, секундомер, линейка.

Теория опыта

Большая величина силы тяжести в земном тяготении и существенное влияние силы трения в земной атмосфере затрудняют непосредственно по формуле $h = \frac{gt^2}{2}$ определять величину g с большой точностью. Повысить точность измерения величины ускорения свободного падения можно при проведении опытов в вакууме, используя секундомеры, позволяющие определять тысячные доли секунды.

В силу конструктивных особенностей машина Атвуда позволяет обойти эти условия за счет замедления движения падающего тела до удобных для измерения скоростей, а так же за счет высокой точности измерений пройденного пути и времени движения. Кроме того универсальная машина Атвуда позволяет изучать законы кинематики, проверять уравнения прямолинейного равномерного и равноускоренного движений, определять величину ускорения тела в зависимости от массы тела и приложенных к нему сил.

Если на правый груз с массой M положить перегрузок массой m_1 , то вся система начнет двигаться равноускоренно. Величину ускорения можно установить из следующих соображений.

На каждый груз будут действовать две силы - сила тяжести и натяжения нити (рис.1), под действием которых грузы начнут двигаться (пренебрегаем силой трения и считаем нить невесомой). Если предположить, что нить нерастяжима, то ускорения правого и левого грузов будут равны по величине и противоположны по знаку. Если предположить, кроме того, что блок невесом, то натяжения нити будут одинаковы и справа и слева.

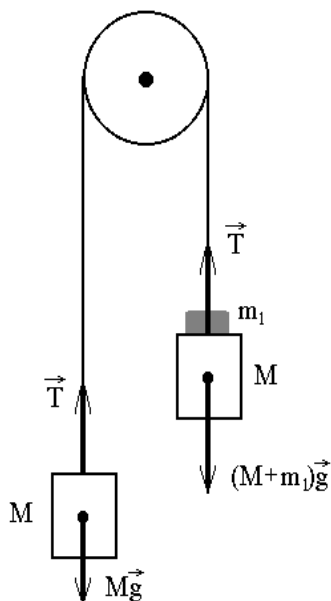


Рис.1.

можно написать:

На основании второго закона Ньютона

$$\begin{cases} (M + m_1)a = (M + m_1)g - T \\ -Ma = Mg - T \end{cases} \quad (1)$$

где a - ускорение системы, T - натяжение нити, M - масса груза, m_1 - масса перегрузка. Вычитая второе уравнение системы (1) из первого, получим

$$a(2M + m_1) = m_1g$$

Откуда находим

$$a = \frac{m_1g}{2M + m_1} \quad (2)$$

По формуле (2) определяется ускорение грузов, перекинутых через блок без учета массы блока и сил трения.

Кроме этой величины на данном приборе можно определять величину ускорения свободного падения тел. Обозначим через h расстояние, которое проходит тяжелый груз с перегрузом, а расстояние, пройденное телом равномерно без перегрузка - через S . Тогда величину g можно рассчитать по следующей формуле:

$$g = \frac{2M + m_1}{m_1} \cdot \frac{S^2}{2ht^2} \quad (3)$$

где M - масса большого груза, t - время, в течение которого груз проходит путь S равномерно уже без перегрузка.

Формула (3) получается из формулы (2) подстановкой

$$a = \frac{S^2}{2ht^2}, \quad (4)$$

которую можно получить следующим образом. Если покоившееся в начальный момент тело l проходит расстояние h равноускоренно за время t_1 ,

то $h = \frac{at_1^2}{2}$, и к моменту снятия перегрузка тело приобретает скорость,

равную $v = at_1$. После снятия перегрузка расстояние S тело проходит равномерно за время t , т.е. $S = vt = at_1t$. Возводя это уравнение в квадрат, и, учитывая, что $2h = at_1^2$, получим $S^2 = 2hat^2$, откуда и следует формула (4).

Порядок выполнения работы

1. Найдите перегрузок с минимальной массой m_0 , приводящий систему в движение при различных положениях блока. Массу перегрузка ввиду ее малости в расчетах не учитывайте.

2. Переместите правый груз M с перегрузком в верхнее положение и положите на него дополнительный грузик m_1 . Проверьте, возникло ли движение системы, не сместилась ли нить с блока, и задержался ли на кронштейне дополнительный грузик.

3. В случае нормального функционирования системы замерьте пути равноускоренного h и равномерного S движений груза.

4. Определите время t прохождения грузом пути S .

5. При помощи лабораторных весов найдите массу грузика m_1 .

5. По формуле (4) вычислите величину a , а по формуле (3) - величину ускорения свободного падения g .

6. Результаты измерений внесите в табл.1.

7. Повторите измерения 5 раз при неизменном значении m_1 .

Таблица 1.

№	M , кг	m_1 , кг	h , м	S , м	t , с	a , м/с ²	Δa , м/с ²	g , м/с ²	Δg , м/с ²	ε , %
1										
...										
5										
Ср.										

8. Самостоятельно задав доверительную вероятность, оцените доверительный интервал при определении значения земного ускорения g .

Дополнительно для студентов кафедры физики и микроэлектроники: вычислите, учитывая массу блока m_6 , значение ускорения свободного падения g по формуле:

$$g = \frac{2M + m_1 + \frac{m_6}{2}}{m_1} \cdot \frac{S^2}{2ht^2}. \quad (5)$$

Масса m_6 указана на блоке.

9. Определите опытным путем зависимость времени падения от массы перегрузка m_1 . Для этого снимите приемный кронштейн и для пяти значений массы m_1 измерьте время падения с наибольшей высоты $h \approx 0,8$ м. Для каждого значения m_1 измерения времени повторите 5 раз.

10. При помощи лабораторных весов найдите массы грузиков m_1 .

11. Величину g определите по формуле

$$g = \frac{2M + m_1}{m_1} \cdot \left(\frac{2h}{t_{cp}^2} \right)$$

11. Результаты измерений занесите в табл.2.

Таблица 2.

№	m_1 , кг	h , м	M/m_1	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	t_5 , с	t_{cp} , с	g , м/с ²	Δg , м/с ²	ε , %
1												
...												
5												
Ср.												

12. По результатам измерений в осях координат $x = \sqrt{\frac{M}{m_1}}$, $y = t$

постройте зависимость t от $\sqrt{\frac{M}{m_1}}$. По наклону прямой с помощью соотношения

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2M + m_1}{m_1}} \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 2 \sqrt{\frac{h}{g}} \sqrt{\frac{M}{m_1}} \quad (5)$$

определите величину ускорения свободного падения g . Для этого найдите тангенс угла α между полученной прямой и осью x , который, согласно формуле (5), будет равен величине $\operatorname{tg} \alpha = 2 \sqrt{\frac{h}{g}}$. Отсюда, зная значение h ,

вычислите величину $g = \frac{4h}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$. Обратите внимание, что линейная

зависимость $y = \operatorname{const} \cdot x$ вида (5) выполняется только при условии $\frac{2M}{m_1} \gg 1$.

Сравните величину среднего значения ускорения g из табл. 2 с величиной g , найденной с помощью графика.

Дополнительно для студентов кафедры физики и микроэлектроники: экспериментальные данные аппроксимируйте прямой линией методом наименьших квадратов (Приложение 5).

Контрольные вопросы:

1. Как зависит ускорение свободного падения тел от географической широты местности?
2. Какое движение называется свободным падением?
3. Выведите формулу (5) для ускорения системы с учетом массы блока.
4. Какие законы механики можно проверить с помощью универсальной машины Атвуда?
5. Обоснуйте необходимость наличия перегрузка массой m_0 .

Литература:

1. Физический практикум/ Под редакцией В.И. Ивероновой. - М: Высш. шк., 1985.
2. Хайкин С.Э. Физические основы механики. - М: Наука, 1971.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. т.1. - М: Наука, 1989. – 576 с.

Метод наименьших квадратов

Для аппроксимации экспериментальных данных используют метод наименьших квадратов, который требует минимума суммы квадратов отклонений табличных точек от заданной функциональной зависимости. Например, в случае линейной зависимости $y = ax + b$ неизвестные коэффициенты a и b определяются условиями минимума функции

$$f(a, b) = \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2,$$

(где x_i и y_i – координаты экспериментальных точек, n – их количество):

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial b} = 0 \end{cases}.$$

В результате решения этой системы уравнений получим:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^n y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2},$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2},$$

где $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$.

В общей теории аппроксимации табличных функций показывается, что данное приближение является наилучшим.