

## Лабораторная работа № 14

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ

**Цель работы:** изучить один из методов определения коэффициента трения качения.

**Оборудование:** установка Лебедева, пластинки из различных материалов, секундомер, линейка.

#### Теория

Силы трения существенно отличаются от всех других сил. Они возникают в тех случаях, когда активные силы способны создавать относительное движение соприкасающихся тел. В частности, о трении качения можно говорить в тех случаях, когда одно тело способно катиться по поверхности другого. Возникновение этого трения можно объяснить тем, что поверхности соприкасающихся тел не являются абсолютно твердыми и под действием активных сил несколько деформируются.

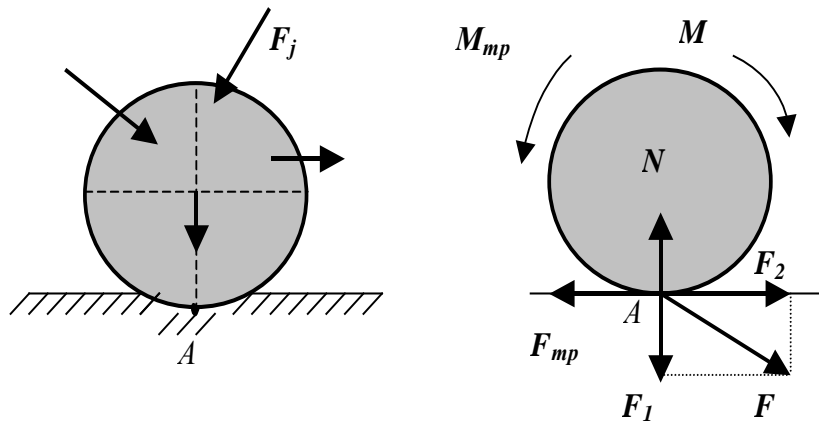


Рис.1.

В качестве примера рассмотрим качение колеса по горизонтальному рельсу, предполагая, что кроме силы тяжести на колесо действует еще некоторая система сил  $\vec{F}_j$ , расположенных в плоскости колеса (рис.1). Действующие

силы несколько деформируют как само колесо, так и рельс, и для того, чтобы колесо катилось необходимо приложить некоторое усилие. Возникающее при этом сопротивление свободному качению обычно и называют трением качения.

Соприкосновение колеса с неподвижным рельсом из-за деформации колеса и рельса происходит по некоторой линии. По этой линии на колесо действуют распределенные силы реакции. Если привести эти силы к точке  $A$  (положение этой точки определяется точкой соприкосновения катка с плоскостью при отсутствии деформации) путем их параллельного переноса и сложить, то в этой точке получим некоторый результирующий вектор этих сил с составляющими  $\vec{N}$  (нормальная реакция) и  $\vec{F}_{mp}$  (сила трения скольжения), а также результирующую пару сил с моментом  $\vec{M}_{mp}$ . Здесь следует заметить, что параллельный перенос силы на другую линию действия всегда сопровождается добавлением пары сил с моментом, равным моменту данной силы относительно новой точки приложения. Очевидно, что при симметричном распределении сил реакций по линии контакта

относительно точки  $A$  результирующий момент пары  $\vec{M}_{mp}$  будет равен нулю. В этом случае нет активных сил, стремящихся катить колесо в каком-либо направлении.

Аналогично, приводя систему активных сил, действующих на колесо, к точке  $A$ , в общем случае получим результирующую силу  $\vec{F}$  и пару сил с моментом  $\vec{M}$ , стремящиеся заставить каток скользить и катиться. При этом следует различать чистое качение, когда точка соприкосновения катка (точка  $A$ ) не скользит по неподвижной плоскости, от качения со скольжением, когда наряду с вращением катка есть и скольжение. При чистом скольжении каток движется по плоскости не вращаясь.

Раскладывая силу  $\vec{F}$  на  $\vec{F}_1$  (нормальную к рельсу) и  $\vec{F}_2$  (параллельную рельсу), заметим, что сила  $\vec{F}_2$  будет вызывать скольжение колеса, а момент  $\vec{M}$  – его вращение. Для отсутствия скольжения достаточно выполнения неравенства

$$F_2 \leq \mu N = F_{mp}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – коэффициент трения скольжения. При выполнении этого условия колесо еще не будет находиться в равновесии, пока не уравновешен момент пары  $M$ . Опыт показывает, что колесо не начнет катиться до тех пор, пока момент активной пары  $M$  не превзойдет некоторого предельного значения

$$M \geq kN = M_{mp}. \quad (2)$$

Величина  $k$ , входящая в выражение (2), называется коэффициентом трения качения. Этот коэффициент не зависит от активных сил (очевидно и от величины силы нормального давления  $N$ ) и радиуса кривизны катящегося тела, а зависит лишь от физических свойств соприкасающихся тел.

Таким образом, если трение скольжение описывается силой, максимальная величина которой определяется равенством (1):

$$F_{mp} = \mu N,$$

то трение качения - парой сил, максимальный момент которой определяется выражением (2):

$$M_{mp} = kN.$$

Как видно из сравнения формул (1) и (2), предельные значения силы трения скольжения и момента трения качения определяются тождественными по записи формулами. Входящие в них коэффициенты пропорциональности ( $\mu$ ,  $k$ ) определяют соответственно силу трения скольжения и момент трения качения. Поэтому, в отличие от коэффициента трения скольжения ( $\mu$  – величина безразмерная), коэффициент трения качения  $k$  имеет размерность длины.

При качении тела без скольжения диссипация его механической энергии происходит только за счет трения качения (в этом случае сила  $F_{mp}$  работу не совершает). Поэтому в условиях проводимых ниже опытов изменение (уменьшение) полной механической энергии маятника определяется работой трения качения, которая при  $N = mg = \text{const}$  находится по формуле  $A = M_{mp} \cdot \varphi = kmg\varphi$ , где  $\varphi$  – угол поворота маятника.

Законы трения качения (как, впрочем, и законы трения скольжения) справедливы для не очень больших нормальных давлений и не слишком легко деформирующихся материалов колеса (катка, цилиндра и т.п.) и плоскости.

### Описание установки

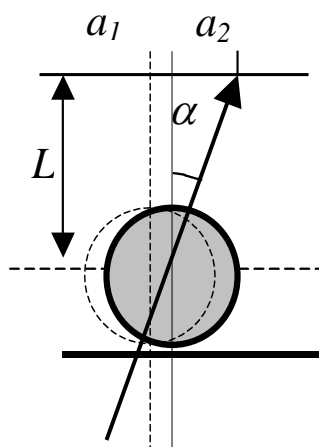
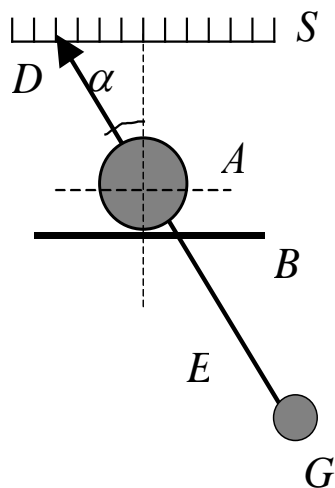


Рис. 2.

В работе пользуются методом, предложенным С.Ф. Лебедевым.

Экспериментальная установка (рис. 2) состоит из стального цилиндра A, находящегося на плоской металлической плите B. Стержень D является стрелкой к шкале S. На стержне E, проходящем через отверстие в плите, закреплен груз G. Подвижная часть установки может быть

названа “маятником”. При отклонении ее от положения равновесия она совершает нелинейные затухающие колебания. Ось цилиндра при этом движется поступательно, цилиндр вращается вокруг своей оси.

Таким образом, отклонение стрелки по шкале S, определится суммой двух отклонений (рис. 2):

$$a_1 = R\alpha, \quad (3)$$

$$a_2 = L \operatorname{tg} \alpha = L\alpha, \quad (4)$$

где  $\alpha$  - угол поворота цилиндра,  $R$  - его радиус,  $L$  - расстояние от оси цилиндра до шкалы,  $a_1$  - смещение оси цилиндра,  $a_2$  - отклонение стрелки, вызванное вращением цилиндра вокруг этой оси.

Для суммарного отклонения с учетом (3) и (4) получим

$$S = a_1 + a_2 = R\alpha + L \operatorname{tg} \alpha \quad (5)$$

При малых углах ( $\alpha \ll 1$  рад)  $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ , в этом случае выражение (5) примет вид

$$S = (L + R)\alpha \quad (6)$$

Для начального отклонения и отклонения после  $n$  полных колебаний из (6) соответственно получим

$$\alpha_0 = \frac{S_0}{L + R}, \quad \alpha_n = \frac{S_n}{L + R}. \quad (7)$$

Уменьшение угла отклонения за известное число периодов колебаний маятника дает возможность вычислить величину коэффициента трения качения.

### Теория эксперимента

Выведем формулу для расчета на описанной установке коэффициента трения качения, считая силу трения не зависящей от скорости движения маятника. Воспользуемся законом изменения механической энергии. При начальном отклонении маятника на угол  $\alpha_0$  его потенциальная энергия может быть представлена в виде

$$E_0 = Ph_0 = Pl(1 - \cos\alpha_0),$$

где  $h_0$  - перемещение по вертикали центра тяжести маятника,  $P$  - его вес,  $l$  - расстояние между точкой центра тяжести и осью маятника. Через один полный период колебаний маятника аналогично получим

$$E_1 = Pl(1 - \cos\alpha_1),$$

где  $\alpha_1$  - угол отклонения маятника через один полный период колебаний. Уменьшение потенциальной энергии будет

$$\Delta E = 2Pl \left( \sin^2\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\alpha_1}{2}\right) \right),$$

Здесь использовалась формула преобразования  $1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$ . При  $\alpha < 0,1$  радиана получим

$$\Delta E = 0.5Pl(\alpha_0^2 - \alpha_1^2), \quad (*)$$

Это уменьшение энергии, если пренебречь силами трения о воздух, вызвано работой против сил трения качения. За один полный период колебаний маятника работа может быть записана так:

$$\Delta A = M_{\tau p}\alpha = kN\alpha = kP(\alpha_0 + \alpha_{1/2} + \alpha_{1/2} + \alpha_1),$$

где  $k$  - коэффициент трения качения,  $\alpha_{1/2}$  - угол отклонения после одного полупериода,  $kP$  - момент силы трения качения.

Исключим из этого уравнения угол  $\alpha_{1/2}$ . Пусть  $\Delta\alpha$  - уменьшение угла отклонения за один полупериод. Пользуясь этим, можно написать

$$\alpha_{1/2} = \alpha_0 - \Delta\alpha, \quad \alpha_1 = \alpha_{1/2} - \Delta\alpha.$$

Тогда получим

$$\Delta A = 2kP(\alpha_0 + \alpha_1), \quad (9)$$

Приравнявая уравнения (8) и (9), получим

$$k = \frac{1}{4}l(\alpha_0 - \alpha_1),$$

для  $n$  полных периодов колебаний будем иметь:

$$k = \frac{1}{4} \frac{l}{n} (\alpha_0 - \alpha_n). \quad (10)$$

С учетом выражений (7) из (10) окончательно получим

$$k = \frac{1}{4} \cdot \frac{l}{n} \cdot \frac{S_0 - S_n}{L + R} \quad (11)$$

Этой формулой и пользуются для вычисления коэффициентов трения качения.

### Порядок выполнения работы

1. С помощью штангенциркуля, опорной призмы и линейки определите параметры установки  $l, L, R$ .

2. Подставьте под алюминиевый цилиндрический каток пластинку из выбранного материала (стальную, алюминиевую или резиновую). Отклоните маятник на начальный угол  $S_0$ .

3. Подсчитайте число  $n$  полных колебаний, за время которых отклонение уменьшилось от начального  $S_0$  до конечного  $S_n$ .

4. По формуле (11) вычислите значение коэффициента трения качения  $k$ .

5. Повторите измерения полных колебаний 5 раз.

6. Результаты измерений занесите в табл.1.

Таблица 1.

№	$S_0$ , м	$S_n$ , м	$n$	$k$ , м	$\Delta k$ , м	$\varepsilon$ , %
1						
...						
5						
Ср						

7. Повторите все измерения с оставшимися пластинками (стальной, алюминиевой или резиновой) и внесите результаты измерений в табл.2 и 3, аналогичные табл.1.

8. Укажите доверительный интервал для коэффициентов трения качения, самостоятельно выбрав доверительную вероятность.

### Контрольные вопросы:

1. Дайте определение коэффициента трения качения.
2. В каких единицах измеряется коэффициент трения качения?
3. Объясните причину возникновения трения качения.
4. Объясните принцип действия установки.
5. От чего зависит коэффициент трения качения?
6. Что вносит наибольшую погрешность в данный эксперимент?
7. Сравните ваши измерения коэффициента трения качения со справочными данными.

### Литература:

1. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том 1. Механика. - М.: Наука, 1989.
3. Матвеев А.Н., Киселев Д.Ф. Общий физический практикум. - М.: Изд-во МГУ, 1991.
4. Дудникова Н.И., Мищенко С.С., Чен Б.Б. Обработка результатов физического эксперимента. Методическое пособие. - Бишкек: КРСУ, 1999.