

Лабораторная работа № 15

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

Цель работы: изучение стоячих волн, определение линейной плотности струны.

Оборудование: тонкая струна, грузы, низкочастотный генератор, линейка.

Теория

Если в каком-либо месте упругой (твёрдой, жидкой или газообразной) среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью V . Процесс распространения колебаний в пространстве называется *волной*.

Частицы среды, в которой распространяется волна, не вовлекаются волной в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. В зависимости от направления колебаний частиц по отношению к направлению, в котором распространяется волна, различают *продольные* и *поперечные* волны. В *продольной* волне частицы среды колеблются вдоль распространения волны. В *поперечной* волне частицы среды колеблются в направлениях, перпендикулярных к направлению распространения волны. Упругие поперечные волны могут возникнуть лишь в среде, обладающей сопротивлением сдвигу. Поэтому в жидкой и газообразной средах возможно возникновение только продольных волн. В твёрдой среде возможно возникновение как продольных, так и поперечных волн.

Уравнением волны называется выражение, которое дает смещение колеблющейся частицы как функцию ее координат x , y , z и времени t :

$$\psi = \psi(x, y, z; t).$$

В случае плоской волны, распространяющейся вдоль оси x , уравнение имеет вид:

$$\psi = A \cos(\omega t - kx + \alpha), \quad (1)$$

где A – амплитуда, ω – циклическая частота, α – начальная фаза волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Уравнение волны, распространяющейся в противоположном направлении, отличается от (1) только знаком при члене kx .

Если в среде распространяются одновременно несколько волн, то они накладываются одна на другую, не возмущая друг друга. Волна, возникающая при наложении двух встречных плоских волн с одинаковой амплитудой, называется *стоячей*. Например, стоячие волны возникают при отражении волн от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна, налагаясь друг на друга, дают стоячую волну. В

натянутой струне при возбуждении поперечных колебаний также устанавливаются стоячие волны.

Если струна конечна, то бегущие волны будут отражаться от ее концов, причем фазы и амплитуды отраженных волн будут зависеть от положения и способов закрепления концов струны. Отраженные и бегущие волны будут интерферировать, образуя в общем случае сложную и нестационарную (зависящую от времени) картину распределения смещения вдоль струны. В силу всегда имеющей место диссипации энергии указанная картина с течением времени будет затухать.

Чтобы наблюдать стационарную картину, в работе используются вынужденные колебания струны, когда возмущение в струне вызывается внешней периодической (в нашем случае гармонической) силой. При определенных условиях в струне возникают стоячие волны - явление, которое называют *резонансом струны*.

Рассмотрим условие возникновения стоячих волн для струны длиной L .

При отражении бегущей волны от закрепленного конца струны отраженная волна будет отличаться по фазе от падающей на π . Таким образом, если уравнение падающей волны будет

$$\psi_1(z, t) = A \cos(\omega t - kz), \quad (2)$$

то для отраженной волны

$$\psi_2(z, t) = -A \cos(\omega t + k(z - 2L)), \quad (3)$$

где L – длина струны.

Уравнение стоячей волны определяется суперпозицией (наложением) падающей и отраженной волн

$$\psi(z, t) = \psi_1 + \psi_2 = -2A \sin[k(L - z)] \sin(\omega t - kL). \quad (4)$$

Места, в которых амплитуда смещения стоячей волны $2A \sin[k(L - z)]$ равна нулю, называются *узлами стоячей волны*. Точки среды, находящиеся в узлах, колебаний не совершают. Точки, в которых амплитуда смещения достигает максимального значения $2A$, называют *пучностями стоячей волны*.

Условие образования стоячих волн в струне, закрепленной с двух сторон, будет связано с созданием узлов стоячей волны на концах струны. Для $z = L$ это условие выполняется автоматически, при $z = 0$ необходимо, чтобы

$$\sin[k(L - z)] = \sin kL = 0$$

или

$$kL = n \cdot \pi,$$

откуда

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad (5)$$

где n – число стоячих полуволн (обертонов).

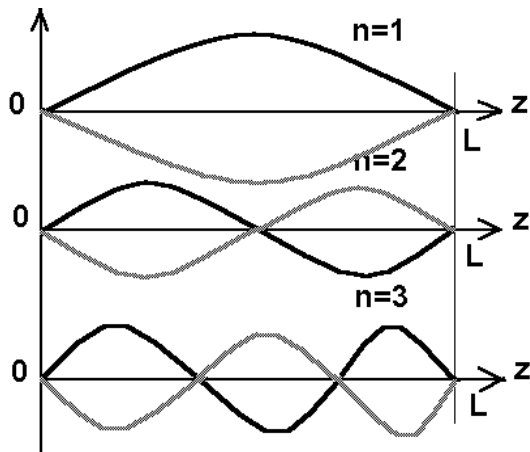


рис.1.

Другими словами, резонанс будет наступать при условии, что на длине струны укладывается целое число полуволн (рис. 1). Колебание, при котором на длине струны укладывается одна полуволна, называется *основным тоном*. Все остальные стоячие волны называются *обертонами*.

Так как $\lambda = \frac{u}{\nu}$, то резонансными частотами будут

$$\nu_n = \frac{u}{2L} \cdot n, \quad (6)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$,

u – фазовая скорость волны.

В отличие от стержней в струне фазовая скорость u зависит от натяжения струны T_0

$$u = \sqrt{\frac{T_0}{\rho_0}}, \quad (7)$$

где $\rho_0 = \frac{M}{L}$ – линейная плотность, M – масса струны.

Это обстоятельство позволяет проводить эксперименты по наблюдению стоячих волн в струне двумя способами. Первый из них связан с постоянством натяжения струны T_0 при изменении частоты вынуждающей силы; в этом случае резонанс наблюдается при выполнении условий (6). Второй – связан с неизменностью частоты вынуждающей силы ν при изменении натяжения струны T_0 . В этом случае резонанс будет наступать при условии $T_0 = \frac{4L^2 \nu^2 \rho_0}{n^2}$.

При проведении эксперимента натяжение струны T_0 постоянно и равно весу груза, закрепленного на ее конце:

$$T_0 = mg. \quad (8)$$

При изменении частоты вынуждающей силы резонанс наблюдается при выполнении условия (6), поэтому линейная плотность струны равна

$$\rho_0 = \frac{T_0 n^2}{4L^2 \nu^2} = \frac{mgn^2}{4L^2 \nu^2}. \quad (9)$$

Описание установки

Струна расположена вертикально в специальной установке. Внешнее периодическое воздействие на струну осуществляется в верхней точке, где конец струны прикреплен к железной пластинке. Конец этой пластинки находится между полюсами электромагнита, питаемого переменным током

от низкочастотного генератора ГЗ-56/1. Изменение частоты и амплитуды колебаний струны проводится с помощью ручек генератора “Частота, Hz” и “Рег. выхода”.

К нижнему концу струны прикреплены груз массы $m = 41,450$ г. Натяжение струны T_0 постоянно и определяется по (8).

Измерения

1. Включение генератора в сеть проводится только в присутствии преподавателя или лаборанта.

2. С помощью генератора изменяя частоту колебаний струны, получите одну стоячую полуволну, и пользуясь шкалой и линейкой, измерьте амплитуду колебаний A в десяти различных точках струны.

3. Полученные результаты и резонансную частоту ν внесите в табл.1.

4. По полученным данным постройте график зависимости амплитуды колебаний A от координаты точки струны Z . Полученную кривую сравните с теоретической синусоидой, амплитуда которой равна амплитуде экспериментальной кривой. Теоретический и экспериментальный графики постройте в одних координатных осях.

5. По формуле (9) вычислите линейную плотность струны.

6. Увеличивая частоту колебаний, получите две и три стоячие полуволны (следующие обертоны струны) и повторите измерения с п.2 по п.5.

Таблица 1.

	№	Z , м	A , м	ρ_0 , кг/м	$\Delta\rho_0$, кг/м	ε , %
$\nu=$ $n=1$	1					
	...					
	10					
$\nu=$ $n=2$	1					
	...					
	10					
$\nu=$ $n=3$	1					
	...					
	10					
Ср.						

Контрольные вопросы:

1. Какой процесс называют колебательным?
2. Что такое волна?
3. Запишите уравнения отраженной и стоячей волн.
4. Что такое резонанс?
5. В чем проявляется принципиальное отличие стоячих и бегущих волн?
6. Какая измеряемая величина вносит наибольшую погрешность в эксперимент?

Литература:

1. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высш. шк., 1986.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том 1. Механика. - М.: Наука, 1971.
3. Матвеев А.Н., Киселев Д.Ф. Общий физический практикум. - М.: Изд-во МГУ, 1991.