Работа 4 - 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНЫХ РАССТОЯНИЙ ТОНКИХ ЛИНЗ

Цель работы: Изучение специальных линий и точек при прохождении света через тонкие линзы, условий для работы линзы как собирающей, так и рассеивающей, определение понятия оптической силы, ее связи с фокусным расстоянием, знакомство с формулой тонкой линзы, экспериментальное определение фокусных расстояний собирающей и рассеивающей линз, расчет ошибок измерений.

Оборудование: Оптическая скамья, линзы на рейтерах, экран, осветитель со стрелкой или перекрестием, играющий роль предмета, измеритель, линейка с миллиметровыми делениями.

Теория

Прозрачное однородное тело, ограниченное частями двух сферических поверхностей и отличающееся по оптической плотности от окружающей среды, называется ***сферической линзой***.

Линзы бывают собирающими и рассеивающими. ***Собирающая линза*** увеличивает сходимость или уменьшает расходимость падающих на нее лучей. Для собирающей линзы в воздухе центральные части должны быть более толстыми, чем края линзы. На схемах эти линзы обозначают ↕.

Рассеивающая линза уменьшает сходимость или увеличивает расходимость падающих на нее лучей. Рассеивающая линза в воздухе в центральных частях должна быть более тонкой, чем на краях. Эти линзы на схемах имеют обозначение . Данные свойства линз справедливы всегда, когда показатель преломления материала линзы ($n_л$) больше показателя преломления окружающей среды ($n_{ср.}$). Если же линзы помещены в среду с показателем преломления большим, чем показатель преломления материала линзы ($n_{ср.} > n_л$), то собирающая линза в воздухе в среде становится рассеивающей, а рассеивающая линза становится собирающей.

Сферическая линза называется тонкой, если ее толщина исчезающе мала по сравнению с радиусами кривизны ее поверхностей. Так как считается, что тонкая линза имеет бесконечно малую толщину, то ход лучей внутри нее можно не рассматривать.

Прямая линия, проходящая через центры кривизны обеих преломляющих поверхностей линзы (рис.1) называется ***главной оптической осью*** (OO'). Некоторая точка C линзы, лежащая на главной оптической оси, через которую лучи света проходят не меняя своего направления, ***называется оптическим центром линзы***, любая прямая, проходящая через оптический центр, называется ***побочной осью*** (MM'; NN'). Все линейные размеры линзы условились отсчитывать от центра (C) и считать их положительными, если они направлены в сторону распространения света и отрицательными, если – в противоположную сторону. Также и углы считают положительными, если они отсчитаны по ходу часовой стрелки и отрицательными если они отсчитаны против хода часовой стрелки, при вращении оптической оси или нормали в сторону луча.

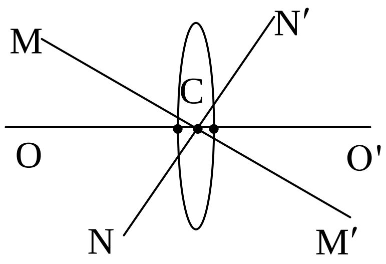

Рис. 1

Для получения формулы линзы рассмотрим преломление лучей света на сферических поверхностях.

Пусть сферическая поверхность разделяет две среды с показателями преломления n_1 и n_2 (рис. 2). Здесь C центр сферической поверхности, A – ее вершина. Прямая S_1AS_2 – главная оптическая ось. Радиус сферы R=AC=BC. Радиус кривизны поверхности считается положительным, если центр кривизны находится справа от поверхности и отрицательным, если центр кривизны находится слева от поверхности. Пусть луч, выходящий из точки S_1, ле-

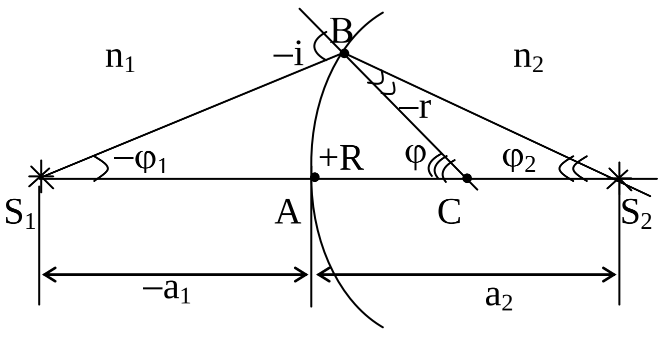

Рис. 2.

жащей на оптической оси, после преломления на поверхности в точке B пересекает ось по другую сторону поверхности в точке S_2. Лучи, для которых выполняются условия: $S_1B \approx S_1A=|a_1|$ и $S_2B \approx S_2A=|a_2|$ ***называются параксиальными (приосевыми)***. Они составляют с оптической осью столь малые углы, что можно считать $\sin\varphi = \mathrm{tg}\varphi$. На основании теоремы синусов с учетом правила знаков из треугольников S_1BC и S_2BC следует:

$$\frac{S_1C}{S_1B} = \frac{\sin(-i)}{\sin\varphi} \quad \text{или} \quad \frac{-a_1 + R}{-a_1} = \frac{\sin(-i)}{\sin\varphi} \tag{1}$$

$$\frac{S_2B}{S_2C} = \frac{\sin\varphi}{\sin(-r)} \quad \text{или} \quad \frac{a_2}{a_2 - R} = \frac{\sin\varphi}{\sin(-r)} \tag{2}$$

Умножая почленно (1) на (2), получим:

$$\frac{-a_1 + R}{-a_1} \cdot \frac{a_2}{a_2 - R} = \frac{\sin(-i)\cdot\sin\varphi}{\sin\varphi\cdot\sin(-r)} \quad \text{или} \quad \frac{a_2}{a_2 - R}\cdot\frac{a_1 - R}{a_1} = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Согласно закону преломления, $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$, тогда $\frac{a_2}{a_2 - R}\cdot\frac{a_1 - R}{a_1} = \frac{n_2}{n_1}$ или

$$n_1\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a_1}\right) = n_2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a_2}\right) = Q. \tag{3}$$

Величина Q называется ***нулевым инвариантом Аббе***. Для параксиальных лучей при переходе из одной среды в другую она остается постоянной. Из последнего выражения (3) после преобразования получим:

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \Phi. \tag{4}$$

Φ – называется ***оптической силой преломляющей поверхности***.

Из выражений (3) и (4) следует, что все параксиальные лучи, исходящие из точки S_1, после преломления сходятся так же в одной точке S_2. Лучи, исходящие из одной точки или сходящиеся в одной точке называются ***гомоцентрическими***. Точка S_2 называется изображением точки S_1. Точечное изображение называется ***стигматическим***, а точки S_1 и S_2 называются ***сопряженными***, так как, если точечный источник света поместить в точку S_2, то его изображение получится в точке S_1.

Если в (4) положить $n_2 = -n_1$ (Для показателей преломления тоже справедливо правило знаков, согласно которому: среда, расположенная слева от преломляющей поверхности имеет показатель преломления со

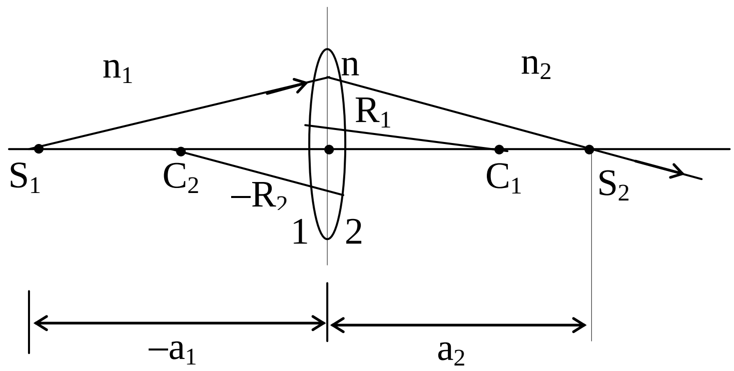

Рис. 3

знаком «–», среда, расположенная справа имеет положительный показатель преломления), чему соответствует случай отражения лучей в первую среду, то получается формула сферического зеркала:

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_1} = \frac{2}{R} \qquad (5)$$

Если $R > 0$ – выпуклое зеркало. Если $R < 0$ – вогнутое зеркало.

Действие тонкой линзы сводится к последовательному преломлению на двух сферических поверхностях, расположенных бесконечно близко друг от друга, как это показано на рис. 3.

Чтобы найти связь между положением светящейся точки S_1 и ее изображением S_2 (рис. 3) необходимо ф. (4) применить дважды (к каждой преломляющей поверхности). Для первой поверхности можно записать:

$$\frac{n}{a} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n - n_1}{R_1}. \qquad (6)$$

Для второй поверхности:

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n}{a} = \frac{n_2 - n}{R_2}. \qquad (7)$$

Здесь n – показатель преломления вещества линзы; a – расстояние до изображения точки S_1, если бы мы имели только одну преломляющую поверхность.

Сложив почленно (6) и (7) , получим:

$$\frac{n_2}{a_2}-\frac{n_1}{a_1}=\frac{n-n_1}{R_1}-\frac{n-n_2}{R_2}. \qquad (8)$$

Наиболее часто имеет место случай, когда $|n_2|=|n_1|$. Соответственно из ф.(8) будем иметь

$$\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}=\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right). \qquad (9)$$

Если на линзу направить параллельный пучок лучей, относительно главной оптической оси, идущий слева направо ($-a_1=-\infty$), то он сфокусируется в точке F_2 на главной оптической оси на расстоянии $a_2=f_2$ от линзы.

Тогда

$$\frac{1}{f}=\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right). \qquad (10)$$

Аналогично, если свет направить справа налево, то будем иметь

$$-\frac{1}{f}=\left(\frac{n}{n_1}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right). \qquad (11)$$

Отсюда следует, что

$$f_2=-f_1 \qquad (12)$$

Точки фокусировки пучка F_1 и F_2 называются ***главными передним и задним фокусами линзы***, а расстояния f_1 и f_2 ***называются главными фокусными расстояниями***. Для тонкой линзы, находящейся в одной среде, согласно ф. (12), они численно равны и лежат по разные стороны от линзы.

На основании вышеизложенного, окончательно получим:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{a_2}-\dfrac{1}{a_1}, & \text{или}\\[2ex] \dfrac{1}{f}=\left(\dfrac{n}{n_1}-1\right)\cdot\left(\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_2}\right) & \end{cases} \qquad (13)$$

Выражения (13) называются ***формулами тонкой линзы***.

Величина $\Phi=\frac{1}{f}$ называется ***оптической силой линзы***. Если фокусное расстояние измерять в метрах, то оптическая сила линзы определяется в ***диоптриях***. Оптическая сила положительна для собирающей линзы и отрицательна для рассеивающей линзы.

Если имеется система из двух тесно расположенных тонких линз, то оптическая сила системы равна алгебраической сумме оптических сил линз:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 \qquad (14)$$

Для построения изображений предметов в тонких линзах можно использовать 3 луча для собирающей линзы и 2 луча для рассеивающей, ход которых известен.

Луч 1, направленный параллельно главной оптической оси, после прохождения через линзу проходит через задний фокус F_2 в случае собирающей линзы. В случае рассеивающей линзы через фокус F_1 проходит продолжение луча 1'. Луч 2, проходя через оптический центр линзы, не меняет своего направления $2'$ в обоих случаях. Луч 3 используется только в случае собирающих линз. Его пропускают через передний фокус и после прохождения линзы, он идет параллельно главной оптической оси. Пересечение любой пары лучей дает изображение точки. Примеры построения представлены на рис. 4 и рис. 5.

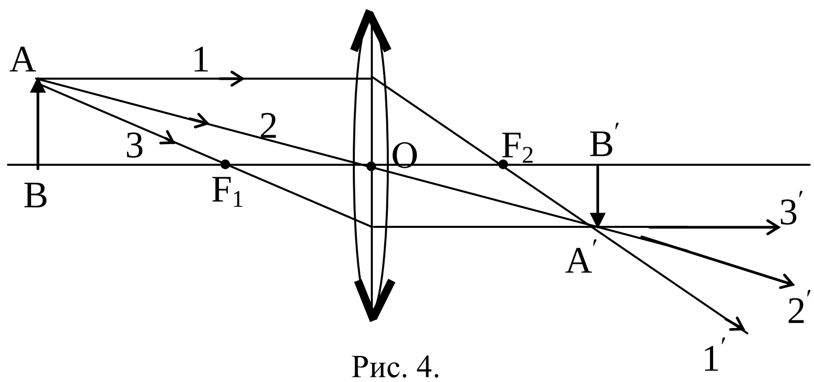

Рис. 4.

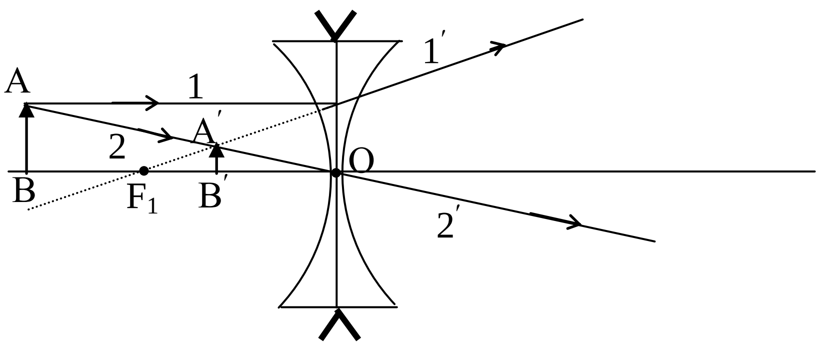

Рис. 5.

Описание установки

Внешний вид установки представлен на рис.6.

На оптической скамье 1 установлен источник света 2, на котором имеется либо узкая щель, либо прозрачный экран с темным перекрестием или стрелкой. Они являются предметами, проектируемыми линзой 3 и дающими изображение 4 на экране 5.

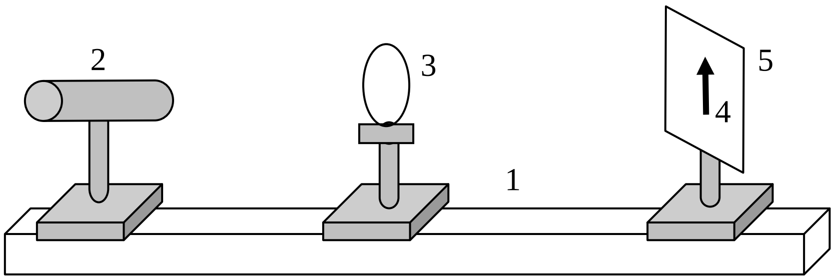

Рис. 6

Упражнение 1
Определение фокусного расстояния собирающей линзы

Определение фокусного расстояния собирающей линзы в данной работе производится двумя способами.

Первый способ непосредственно использует формулу тонкой линзы (13):

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1} \qquad (13)$$

С учетом правила знаков, отсюда следует:

$$f=\frac{a_2 \cdot a_1}{a_1+a_2}. \qquad (15)$$

Второй способ основан на измерении величины предмета L_1 и его изображения на экране L_2. Отношение $\frac{L_2}{L_1}=T$ называется ***линейным увеличением линзы.***

Из геометрических соображений следует:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Определяя отсюда значение a_1 и подставляя его в ф. (13), после некоторых преобразований получаем выражение для фокусного расстояния в виде:

$$f = \frac{a_2 L_1}{L_2 + L_1}. \qquad (16)$$

Измерения проводят так. Осветитель 2 и экран 5 располагают на некотором достаточно большом расстоянии друг от друга. Линзу 3 передвигают по оптической скамье до тех пор, пока на экране не образуется четкое изображение предмета. После этого производят измерения величин a_1, a_2 , L_2. (Значение L_1 всегда одно и тоже и оно определяется заранее). Затем изменяют расстояние между осветителем и экраном и повторяют измерения. Всего необходимо сделать 5 измерений при различных расстояниях между осветителем и экраном. Результаты измерений вносят в таблицу 1 и, пользуясь полученными данными, вычисляют 5 значений фокусного расстояния f_1, определенных по 1 способу. Затем проводят 5 измерений по 2 способу и определяют величину f_2.

Таблица 1.

N	a_1	a_2	L_1	L_2	f_1	f_2	$f_{ср.}$	$f_{ср.}-f_{1i}$	$(f_{ср.}-f_{1i})^2$	$f_{ср.}-f_{2i}$	$(f_{ср.}-f_{2i})^2$
1											
2											
3											
4											
5											

Среднее значение фокусного расстояния $f_{ср.}$ определяется в результате суммирования всех значений f_1 и f_2, деленного на общее число измерений, т.е. на 10.

Ошибка в определении фокусного расстояния находится следующим образом. Для небольшого числа измерений, так называемой выборочной совокупности величин, имеет место выражение:

$$\Delta S = \sqrt{\frac{\Sigma(f_{ср.} - f_i)^2}{n(n-1)}}\ . \tag{17}$$

Т.к. общее число измерений невелико ($n = 10$), то для определения стандартной квадратичной ошибки полученное значение необходимо умножить на коэффициент Стьюдента. Для нашего случая десяти измерений и доверительной вероятности 0,95 этот коэффициент равен 2,23. Поэтому:

$$\Delta f = 2{,}23\ \Delta S \tag{18}$$

и тогда

$$f = f_{ср} \pm \Delta f\ . \tag{19}$$

Относительная ошибка определяется из выражения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{f_{ср.}} 100\% \tag{20}$$

Результаты заносятся в таблицу 2.

Таблица 2.

ΔS	Δf	f	ε

Упражнение 2
Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы

Т.к., пользуясь рассеивающей линзой, нельзя получить действительное изображение, то приходится использовать искусственные приемы. Для этой цели производят измерения с совокупностью рассеивающей и собирающей линзами. Если между этими линзами можно установить оптический контакт, то для определения фокусного расстояния

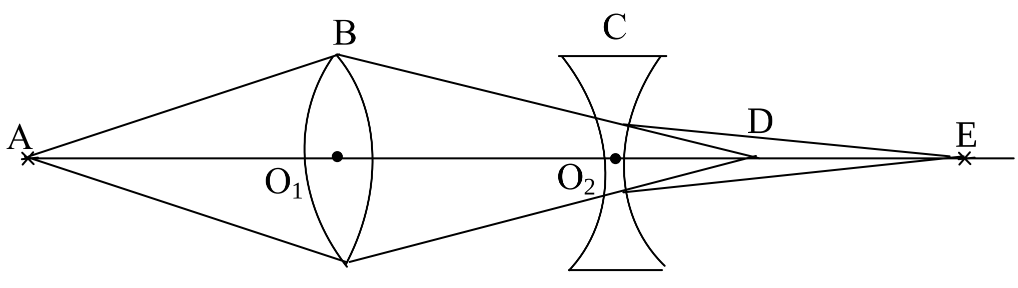

Рис. 7

рассеивающей линзы пользуются формулой (14). Если же оптического контакта нет, то поступают следующим образом. На пути лучей, выходящих из точки A и собирающихся с помощью собирающей линзы B в некоторой точке D, ставят рассеивающую линзу C так, чтобы расстояние O_2D было меньше фокусного расстояния линзы B. При этом изображение точки A удалится от линзы и пройдет от точки D в точку E. (см. рис. 7).

В соответствии с тем, что сопряженные точки A и E взаимно обратимы, то можно мысленно рассматривать лучи света, распространяющиеся из точки E в обратном направлении. Тогда точка D будет мнимым изображением точки E после прохождения лучей через рассеивающую линзу C. Обозначим расстояние $EO_2 = a_1$ и $DO_2 = a_2$ и учитывая, что фокусное расстояние для рассеивающей линзы и расстояние DO_2 для этого мысленного луча есть величины мнимые, т.е. должны иметь отрицательный знак, формулу линзы получим в виде:

$$-\frac{1}{f'}=\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}, \qquad (21)$$

откуда,

$$f'=\frac{a_1a_2}{(a_1-a_2)}. \qquad (22)$$

Измерения производятся так. Сначала на оптической скамье устанавливается только собирающая линза, осветитель и экран. Передвигая экран, добиваются четкого изображения предмета и определяют положение точки D измерением расстояния O_1D. Затем сдвигают экран при неизменном положении осветителя и линзы и определяют новое значение O_1D. Эта процедура повторяется 10 раз и из полученных значений находят среднее значение. Это дает положение точки D.

Удалив экран от собирающей линзы, между ними на оптической скамье устанавливают рассеивающую линзу. Передвигая экран, вновь находят отчетливое изображение предмета. Затем сдвигают экран и при неизменных положениях остальных приборов добиваются вновь четкого изображения предмета. Процедура повторяется 10 раз и из этих определений берут среднее значение, что и даёт положение точки E, а значит, величину a_1. Результаты заносят в таблицу 3 и, пользуясь средними значениями a_1 и a_2 , а так же ф. (22), определяют фокусное расстояние f', величина которого записывается в таблицу 4.

Таблица 3.

N	O_1D	$a_2=O_1D-O_1O_2$	$a_1=O_2E$	$a_{2ср.}-a_{2i}$	$(a_{2ср.}-a_{2i})^2$	$a_{1ср.}-a_{1i}$	$(a_{1ср.}-a_{1i})^2$
1 . . . 10							

В данной части работы производится определение ошибки косвенных измерений. Для этой цели определяются значения ошибок Δa_1 и Δa_2 по ф. (17) и (18). Затем из ф. (22) берут частные производные $\frac{\partial f}{\partial a_1}$ и $\frac{\partial f}{\partial a_2}$, соответственно перемножают на ошибки Δa_1 и Δa_2 и берут сумму модулей, т.е.

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial a_1}\Delta a_1\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial a_2}\Delta a_2\right| \qquad (23)$$

Соответствующие вычисления дают значение:

$$\Delta f = \left|\frac{a_2^2}{(a_1-a_2)^2}\Delta a_1\right| + \left|\frac{a_1^2}{(a_1-a_2)^2}\Delta a_2\right|. \qquad (24)$$

После определения значения Δf находится окончательная величина фокусного расстояния рассеивающей линзы из выражения

$$f = f' \pm \Delta f. \qquad (25)$$

Относительная ошибка измерений определяется по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{f'}\cdot 100\%. \qquad (26)$$

Полученное значение заносят в таблицу 4.

Таблица 4

f'	Δf	f	ε

Литература:

1. *Ландсберг Г.С.* – Оптика.– М.: Наука, 1976.
2. *Бутиков Е.И.* – Оптика.– М.: Высшая школа, 1986.
3. Физпрактикум / Под редакцией *Иверoновой В.И.*– М.: Наука, 1968.
4. Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под редакцией *Гольдина Л.М.*– М.: Наука, 1973.