Лабораторная работа №5

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЕСЫ

Цель работы: изучение устройства и принципа действия аналитических весов, освоение правил взвешивания и проведение статистической обработки результатов взвешивания.

Оборудование: аналитические весы ЛТ1-1, набор разновесов, взвешиваемые однотипные тела, миллиметровая бумага (≈150÷200 см^2).

Вес и взвешивание тел

Вес – это сила, с которой любое тело, находящееся в поле сил тяжести, действует на горизонтальную опору или подвес, препятствующие свободному падению тела. В частном случае, когда опора (подвес) покоится относительно какой-либо инерциальной системы отсчета вес тела $\vec{G}$ по величине и направлению совпадает с силой тяжести $\vec{G} = m\vec{g}$, где $\vec{g}$ – ускорение свободного падения тела, вызванное гравитационным притяжением Земли. При этом следует отметить, что вес и сила тяжести приложены к разным объектам (вес – к опоре или подвесу, сила тяжести – к телу) и имеют различную физическую природу: вес – упругую, сила тяжести – гравитационную.

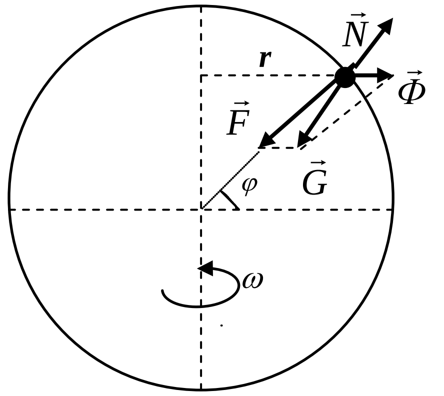

Рис. 1

Взвешивая какие-либо тела, мы наблюдаем их в состоянии покоя относительно вращающейся Земли. Если принимать во внимание только суточное вращение Земли, считая его равномерным, то равновесие тела, подвешенного на нити определится векторной суммой трех сил (рис. 1): силы тяжести $\vec{F}$, центробежной силы инерции $\vec{\Phi}$ и реакции нити $\vec{N}$ (роль нити может выполнять и пружина динамометра). При взвешивании измеряется именно величина силы $\vec{N}$. С другой стороны, сила $\vec{N}$ численно равна силе $\vec{G}$, с которой покоящееся тело действует на нить. Эту силу и называют весом тела. Очевидно, что вес тела на поверхности Земли будет определяться векторной суммой сил тяжести и центробежной силы инерции $\vec{G} = \vec{F} + \vec{\Phi}$. Величины этих сил соответственно равны

$$\vec{F} = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2}, \qquad \Phi = m\omega^2 r = m\omega^2 R\cos\varphi, \tag{1}$$

где M - масса Земли; m - масса тела; R, r – расстояния от центра тяжести тела до центра Земли и до оси ее вращения соответственно; γ - гравитационная постоянная, равная $6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2), ω - угловая скорость вращения Земли,

φ - широта местности. На полюсе при $\varphi = \pi/2$ имеем: $r = 0$, $\vec{\Phi} = 0$ и из условия равенства $\vec{G} = \vec{F}$ находим ускорение свободного падения тела g_0, вызванное только гравитационным притяжением Земли

$$mg_0 = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2}, \Rightarrow \quad g_0 = \gamma \frac{M}{R^2} = 9{,}83 \frac{м}{с^2}.$$

На экваторе (при $\varphi=0$) ускорение g минимально: $g = g_0 - \omega^2 R = 9{,}78 м/с^2$, следовательно, минимальным будет и вес тела. Очевидно, что направление линии отвеса определяет направление силы $\vec{G}$ и ускорение $\vec{g}$ свободного падения тела. Заметим, что отклонение силы $\vec{G}$ от направления силы тяжести $\vec{F}$ составляет угол $\alpha \sim 0{,}085^o$.

Таким образом, вес одного и того же тела в зависимости от места его расположения на земной поверхности будет разным, т.е. будет уменьшаться по мере удаления тела от полюса к экватору. Это уменьшение связано как с отклонением формы Земли от сферической - фигура Земли по геометрической форме близка к эллипсоиду вращения и, следовательно, расстояние R до центра Земли вблизи полюса меньше R вблизи экватора (формулы (1) это влияние не учитывают), так и с действием центробежной силы инерции (за счет вращения Земли). При взвешивании тела центробежная сила инерции учитывается автоматически, так как она включена в вес тела $m\vec{g}$ как его составляющая

$$G = mg = m(g_0 - \omega^2 R \cdot \cos\varphi).$$

Эта формула получена в предположении, что $cos\alpha \approx 1$. Вес тела зависит и от высоты тела над земной поверхностью, а также от среды, в которую оно может быть помещено (за счет действия выталкивающей силы Архимеда $F_A = V_m \rho g$, где V_m - объема тела, ρ - плотность среды).

В общем случае движения опоры или самого тела с ускорением $\vec{a}$ относительно инерциальной системы отсчета, вес перестает совпадать с силой тяжести. Если вектор $\vec{a}$ совпадает по направлению с вектором $\vec{g}$, численное значение веса становится меньше величины силы тяжести. Этим объясняется, в частности, широтное уменьшение веса за счет суточного вращения Земли (вес тела на экваторе примерно на 0,3% меньше, чем на полюсе). При $\vec{a} = \vec{g}$, т.е. в случае *свободного падения* тела вместе с опорой (подвесом) наступает состояние невесомости $\vec{G} = 0$. Если $\vec{a}$ имеет направление, противоположное $\vec{g}$, то численное значение веса превосходит величину силы тяжести, и возникает так называемое *явление перегрузки*.

Вес непосредственно можно измерять с помощью пружинных весов и косвенно на рычажных весах, где используется пропорциональность веса и массы. На рычажных весах сравнивается масса неизвестного тела с известной массой гирь. Следовательно, на рычажных весах непосредственно определяется только масса тела. Это обусловлено тем, что основной силой, влияющей на равновесие рычажных весов, является гравитационная сила притяжения тел к Земле. В случае равновесия при равноплечном рычаге момент сил уравновешивается и в этом случае можно говорить о равенстве масс взвешиваемого тела и гирь.

В механике масса характеризует собой количество материи и является мерой его инерционных и гравитационных свойств. Для каждого тела она является величиной неизменной. Как показывают результаты тщательных экспериментов, инертная масса, входящая в динамические меры движения тела (импульс тела, момент импульса, кинетическая энергия) и гравитационная масса, входящая в закон всемирного тяготения, оказываются равными. Это утверждение лежит в основе так называемого *принципа эквивалентности.*

Аналитические весы это разновидность рычажных весов, с помощью которых можно определять массу тел с достаточно высокой точностью.

Устройство весов.

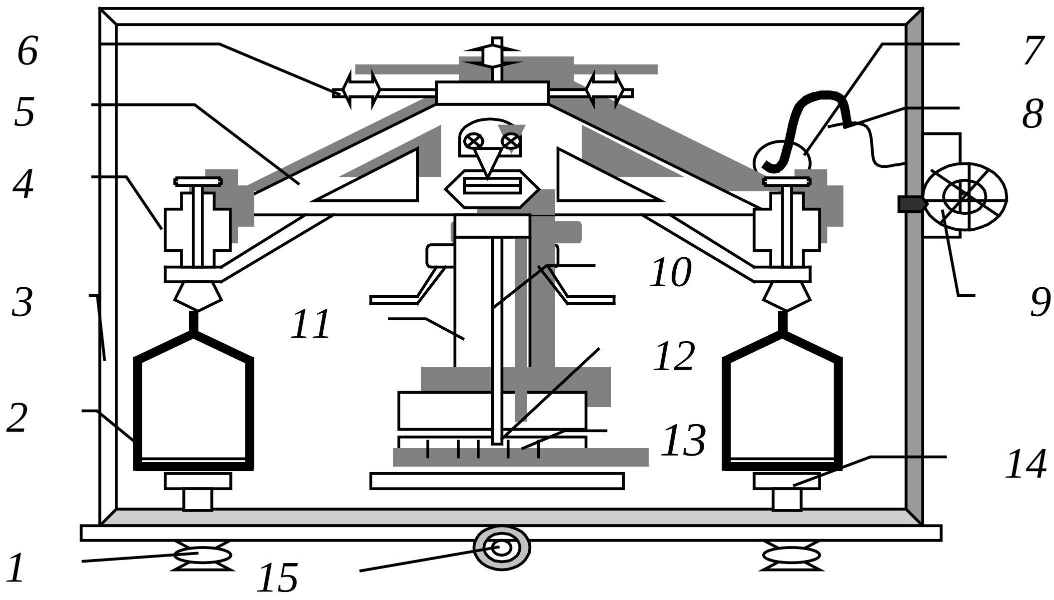

Рис. 2. Схема аналитических весов.

1 - винтовые ножки, которыми весы устанавливаются по уровню, 2 – чашки, 3 – витрина, 4 – серьги, 5 - равноплечее коромысло с опорной призмой, 6 - грузики, передвигающиеся по резьбовым стержням, 7 - миллиграммовые гири, 8 – рычаги, 9 - управляющий рычагами лимб, 10 - стрелка для отсчета колебаний., 11 – колонка, 12 - заостренная (ножеобразная) вилка, 13 – шкала, 14 – изолир, 15 - ручка изолира.

Простейшие двух чашечные аналитические весы показаны на рис. 2. Равноплечее коромысло 5 своей опорной призмой опирается на подушку, укрепленную на колонке 11. К грузоприемным призмам, прикрепленным к коромыслу, подвешены серьги 4 с чашками 2. Для отсчета колебаний служит стрелка 10, заостренный конец которой передвигается параллельно шкале 13. Колонка укреплена на опорной доске с винтовыми ножками 1 для установки весов по отвесу. Для остановки колебаний, а также для изолирования призм подушек при нерабочем состоянии весов служит изолир 14, ручка 15 которого расположена перед витриной 3 весов, защищающей их от пыли, влаги и потоков воздуха.

На верхней части коромысла или на планке, прикрепленной к коромыслу, нанесена рейтерная шкала. Рейтер (проволочная гирька в виде подковы 7) навешивается на коромысло с помощью устройства, позволяющего накладывать миллиграммовые гири. Величина навески определяется с помощью лимба 9.

Перед работой на весах необходимо ознакомиться с устройством весов и определить их чувствительность.

Основными константами, характеризующими работу весов, являются *чувствительность* и *время колебаний*. От чувствительности зависит точность измерения массы, а от времени колебаний - производительность работы на весах (продолжительность взвешивания).

Чувствительность весов характеризуется отношением углового или линейного указателя равновесия к массе грузика, вызвавшего это перемещение. Таким образом, чувствительность равна $\frac{tg\alpha}{m}$, где α - угол отклонения указателя равновесия при помещении на одну из чашек весов грузика массой m.

Величина $d=m/n$ - есть цена деления, где m - масса грузика, вызвавшего отклонение стрелки; n - число делений, на которое отклонилась стрелка под влиянием массы грузика m. Таким образом, *цена деления* – это величина численно равная массе грузика, вызывающая перемещение стрелки на одно деление.

При взвешивании может оказаться, что при помещении соответствующей гири указатель устанавливается не точно на “0”, а на несколько делений вправо или влево от него. Поэтому после определения цены деления необходимо сделать соответствующую поправку, которую находят по формуле $\Delta m = d \cdot L$, где d - цена деления весов, L - среднее отклонение стрелки при положении равновесия от нулевого значения. Если положение равновесия L определяют из двух отклонений, то $L = \frac{l_1 + l_2}{2}$. Если положение равновесия находят по трем отклонениям, то берут среднее арифметическое из двух пар наблюдений

$$L = \left[\frac{l_1 + l_2}{2} + \frac{l_2 + l_3}{2}\right] : 2 = \frac{l_1 + 2l_2 + l_3}{4}.$$

Если нуль расположен посередине шкалы, то наблюдения справа от нуля записывают со знаком “+”, а слева - со знаком “-”, подсчет ведут как с алгебраическими числами. Например, при трех отклонениях $l_1=+4{,}0$; $l_2=-7{,}0$; $l_3=+3{,}6$ имеем $L = \frac{+4{,}0 + 2 \cdot (-7{,}0) + 3{,}6}{4} = -1{,}6$.

Арретиром называется приспособление, служащее для прекращения колебаний весов, а *изолиром* - устройство, не только останавливающее колебания весов, но и освобождающее призмы весов от нагрузки для предохранения ответственных частей от повреждений при транспортировании, а также во время, когда на весах не производят взвешивания. В лабораторных весах применяют только изолиры. Изолир состоит из двух частей: нижней для подхвата чашечек, и верхней - для поддержки коромысла.

Определим время колебаний коромысла. Коромысло является физическим маятником с близко расположенным в опоре центром тяжести. Как известно, период колебаний математического маятника определяется уравнением

$$t_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (2)$$

где l - расстояние между точкой опоры и центром качания маятника (длина маятника), g - ускорение свободного падения.

Так как математического маятника реально не существует, то его заменяют физическим маятником с одинаковым периодом колебаний. Эта задача решается следующим образом.

Приведенная длина физического маятника, имеющего одинаковый период колебаний с математическим маятником, равна отношению

$$l_{пр} = \frac{момент \quad инерции}{статический \quad момент} = \frac{md_0^2}{mb} = \frac{d_0^2}{b},$$

где m - масса маятника; d_0- радиус инерции; b - расстояние от опоры до центра тяжести маятника. Заменив в уравнении (2) длину l приведенной длиной $l_{пр}$, получим формулу периода колебаний физического маятника

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{d_0^2}{bg}}. \qquad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что период колебаний рычага будет тем больше, чем меньше b (т.е. чем меньше расстояние от точки опоры до центра тяжести коромысла), что одновременно является условием увеличения чувствительности весов.

Таким образом, уменьшение времени колебаний рычага в целях повышения производительности труда оператора, работающего на весах, может быть достигнуто только за счет уменьшения чувствительности весов.

Правила взвешивания.

При работе на весах применяется метод прямого взвешивания.

1. Перед началом работы установите управляющий рычагами лимб (9, рис. 2) на отметку «0» напротив неподвижного указателя.
2. В изолированном положении весов поместите взвешиваемый груз на левую чашку и уравновесьте его накладными гирями из набора.
3. Поворотом ручки (15) выведите весы в рабочее положение.
4. Если груз уравновешен не точно, его уравновесьте миллиграммовыми гирями (7) в форме колец, которые навешивайте и снимайте посредством рычагов (8). Рычагами управляйте с помощью лимба (9). При вращении большого лимба происходит накладывание или снятие десятков миллиграммов, а при вращении малого лимба – сотен миллиграммов.

<u>Накладывание граммовых гирь и навешивание миллиграммовых гирь проводите только после изолирования весов с помощью ручки (15).</u>

5. С помощью встроенных гирь можно уравновесить только 990 мг, а недостающие до 1 грамма 10 мг отсчитывайте по шкале (13), имеющей цену деления 0,1 мг.

6. После работы на весах арретируйте весы поворотом ручки (15), а разновески положите в соответствующие гнезда футляра для разновесок.

Порядок выполнения работы.

1. Изучите устройство аналитических весов и правила взвешивания.
2. Определите чувствительность и цену деления весов.
3. Произведите взвешивание 100 зерен в г (n = 100), результаты взвешивания занесите в таблицу 1. Найдите среднее арифметическое по формуле $x_{cp} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$.
4. Вычислите абсолютные погрешности отдельных измерений $\Delta x_1 = \left| x_1 - x_{cp} \right|, \Delta x_2 = \left| x_2 - x_{cp} \right|, ..., \Delta x_n = \left| x_n - x_{cp} \right|$

и среднюю абсолютную погрешность $\Delta x_{cp} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} \Delta x_i}{n}$

Таблица 1.

n	x_i, г	Δx_i, г
1		
…		
100		
Сред.		

5. Используя табл.1, из всех результатов измерений найдите наибольшее x_{max} и наименьшее x_{min}. Разность $x_{\max} - x_{\min}$ разделите на m частей. Полученная величина $\Delta h = \dfrac{x_{\max} - x_{\min}}{m}$ называется интервалом гистограммы (для ста измерений значение m подбирается любым в диапазоне от 8 до 12 с целью получения конечного Δh с минимальным числом дробных разрядов).

6. Определите границы каждого из m интервалов и подсчитайте число попаданий размеров зерен в первый интервал - Δn_1, во второй интервал - Δn_2 и т.д. Если измерение попадает на границу интервала, то учитывайте его только в одном интервале. Отношение $\omega_i = \dfrac{\Delta n_i}{n}$ дает вероятность попаданий результата измерения в i–ый интервал. Полученные значения внесите в табл.2.

Таблица 2.

№	Границы интервала	Δn	ω
1	$x_{min} \div x_{min} + \Delta h$		
2	$x_{min} + \Delta h \div x_{min} + 2\cdot\Delta h$		
3	$x_{min} + 2\cdot\Delta h \div x_{min} + 3\cdot\Delta h$		
…			
m	$x_{min} + (m-1)\cdot\Delta h \div x_{max}$		

7. Постройте гистограмму (ступенчатую диаграмму) распределения измерений масс зерен. Для этого отложите по оси абсцисс диапазон измеренных масс x и разбейте его на интервалы Δh. По оси ординат над каждым интервалом отложите прямоугольник, высота которого равна вероятности ω, а ширина – интервалу Δh. Соедините средние точки верхних оснований прямоугольников плавной кривой – кривой распределения ошибок измерений.

8. На том же графике отложите по оси абсцисс среднее значение масс зерен и посмотрите, как располагается гистограмма относительно этой величины.

9. По формуле $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{cp} - x_i\right)^2}{n-1}}$ вычислите величину среднеквадратичной погрешности отдельного измерения σ и отложите по оси абсцисс интервал $[x_{cp}-\sigma, x_{cp}+\sigma]$. Интервал $[x_{cp}-\sigma, x_{cp}+\sigma]$ внутри которого искомая величина находится с доверительной вероятностью, в теории ошибок называется *доверительным интервалом*. Вероятность попадания истинного значения измеряемой величины в этот интервал называется *доверительной вероятностью* или *коэффициентом надежности* P. Для определения P подсчитайте площадь ΔS (в мм^2) под кривой распределения погрешностей, ограниченной по оси абсцисс значениями $x_{cp}-\sigma$ и $x_{cp}+\sigma$, и разделите ее на площадь S (в мм^2) под всей кривой ошибок. При построении экспериментальной кривой распределения ошибок в большинстве случаев наблюдается отклонение от закона Гаусса -экспериментальная кривая может быть асимметричной относительно x_{cp}, иметь дополнительные максимумы и т.д.

10. Найдите по экспериментальной кривой распределения ошибок доверительные вероятности для интервалов $[x_{cp}-2\sigma, x_{cp}+2\sigma]$ и $[x_{cp}-3\sigma, x_{cp}+3\sigma]$ и сравните их с теоретическими. Полученные результаты занесите в табл.3.

Таблица 3.

Доверительный интервал	S	ΔS	$P_{экспер}$	$P_{теорет}$
$[x_{cp}-\sigma, x_{cp}+\sigma]$				0,68
$[x_{cp}-2\cdot\sigma, x_{cp}+2\cdot\sigma]$				0,95
$[x_{cp}-3\cdot\sigma, x_{cp}+3\cdot\sigma]$				0,997

Контрольные вопросы:

1. При помощи каких весов определяется вес тела и почему?
2. Поясните правила взвешивания на весах.
3. Объясните устройство аналитических весов.
4. Для чего и как определяется чувствительность весов?
5. Проведите анализ гистограммы, построенной по результатам статистической обработки.

Литература:

1. Гаузнер С.И. и др. Измерение массы, объема и плотности. Часть 1. - М., 1972.
2. Физический практикум /Под ред. Ивероновой В.И. - М.: Наука, 1967.
3. С.Э. Хайкин. Физические основы механики, -М.: Наука, 1971.
4. Дудникова Н.И., Мищенко С.С., Чен Б.Б. Обработка результатов физического эксперимента. Методическое пособие. - Бишкек: КРСУ, 1999.